

OMTENTAMEN I STATISTIKENS GRUNDER 2

2010-11-22

Skrivtid: 9.00-14.00

Godkända hjälpmedel: Miniräknare, språklexikon

Tentamen består av fem uppgifter. För full poäng på en uppgift krävs tydliga, utförliga och väl motiverade lösningar.

OBS! Glöm inte att ange nödvändiga antaganden överallt.

Uppgift 1. (20 poäng)

Lönerna i en kommun antas följa en normalfördelning med $\mu = 24000$ och $\sigma = 3300$.

- a) Beräkna sannolikheten att en slumpässigt vald person har en lön som ligger i intervallet 23000 - 25000.
- b) Beräkna sannolikheten att medellönen för 15 slumpässigt valda personer ligger i intervallet 23000 - 25000.
- c) Hur många personer ska ingå i urvalet för att sannolikheten att urvalsmedelvärdet ligger i intervallet 23000-25000 ska bli minst 0.99.

Uppgift 2. (20 poäng)

Avgör om följande påståenden är korrekta och motivera ditt svar.

- i) Om en nollhypotes förkastas på signifikansnivån 0.05 måste den även förkastas på signifikansnivån 0.01.
- ii) Om en nollhypotes förkastas på signifikansnivån 0.01 måste den även förkastas på signifikansnivån 0.05.
- iii) p-värdet är sannolikheten att nollhypotesen är sann.
- iv) En nollhypotes kan förkastas på signifikansnivån 0.025 men inte på signifikansnivån 0.01. Det innebär att p-värdet är mellan 0.01 och 0.025.

Uppgift 3. (20 poäng)

Den berömde löptränaren Wolfgang har utarbetat ett nytt träningsupplägg för att förbättra resultaten på 5 km löpning. För att utvärdera det nya träningsupplägget delade han in personerna i en av sina träningsgrupper i par så att personerna i ett par var så lika som möjligt vad avser längd, vikt, ålder och personligt rekord på 5 km löpning. Med lottens hjälp utsågs en av personerna i varje par att följa det nya träningsupplägget medan den andra fick följa ett traditionellt träningsupplägg. Deltagarna fick springa ett testlopp före och efter en träningsperiod om sex veckor. I tabellen nedan visas de förbättringar i tid som deltagarna gjorde. Föreslå ett lämpligt test för att testa om Wolfgangs nya träningsupplägg är bättre än det traditionella upplägget. Ange förutsättningarna för testet. Sätt upp lämpliga hypoteser och genomför testet med 5 % signifikansnivå.

Förbättringar i tid (sekunder) på 5 km efter sex veckors träning:

Par	Wolfgangs nya träningsupplägg	Traditionellt träningsupplägg
1	Anna 6.3	Carina 2.4
2	Olga 13.3	Ramona 6.7
3	Ulrika 9.4	Susanne 15.9
4	Elin 8.2	Linda 1.9
5	Lena 9.9	Ingeborg 4.0
6	Karin 6.5	Lisa 7.1
7	Nancy 9.5	Olivia 11.9
8	Nora 9.6	Isabelle 3.5
9	Rut 9.3	Felicia 0.2
10	Erika 9.4	Frida 7.8

Uppgift 4. (20 poäng)

På ett stort företag ville ledningen ta reda på om sjukfrånvaron är lika stor alla arbetsdagar. Därför gjordes ett slumpmässigt urval av 140 sjukfrånvarodagar som fördelade sig enligt tabellen nedan. Använd dessa data för att undersöka om sjukfrånvaron är lika fördelad över veckans arbetsdagar. Föreslå ett lämpligt test, ange förutsättningarna och genomför testet med 1 % signifikansnivå.

Veckodag	Antal i urvalet
Måndag	41
Tisdag	26
Onsdag	15
Torsdag	20
Fredag	38

Uppgift 5. (20 poäng)

En urvalsundersökning genomfördes bland unga i Stockholm för att kartlägga deras boendesituation. Bland invånarna i Stockholms län i ålderkategorin 20-26 år valdes slumpmässigt 242 personer ut att delta i undersökningen. Av dessa var 125 män och 117 kvinnor. Av de 125 männen var det 29 stycken som inte flyttat hemifrån, bland de 117 kvinnorna var motsvarande antal 19 stycken.

a) Beräkna ett 90%-igt konfidensintervall för skillnaden mellan andelen unga män och andelen unga kvinnor i Stockholm som inte flyttat hemifrån.

b) Mot bakgrund av svaret i uppgift a), kan man dra slutsatsen att det finns en skillnad mellan unga män och unga kvinnor i Stockholm när det gäller andelen som inte flyttat hemifrån?

Formler

Räkne regler för väntevärden och varianser där X och Y är stokastiska variabler, a , b och c är konstanter:

$$\begin{aligned}E(c) &= c \\E(cX) &= cE(X) \\E(c + X) &= c + E(X) \\E(aX + bY) &= aE(X) + bE(Y) \\V(c) &= 0 \\V(cX) &= c^2V(X) \\V(c + X) &= V(X) \\V(aX + bY) &= a^2V(X) + b^2V(Y) + 2abCov(X, Y)\end{aligned}$$

Väntevärde och varians för urvalsmedelvärdet $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$ där alla $X_1, X_2, \dots, X_n$ är oberoende och har väntevärde μ och varians σ^2 :

$$\begin{aligned}E(\bar{X}) &= \mu \\V(\bar{X}) &= \frac{\sigma^2}{n}\end{aligned}$$

Ändlighetskorrektur:

$$\frac{N - n}{N - 1}$$

Testvariabler:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{m}}}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - D_0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}}, \quad \text{där } S_p^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{n+m-2}$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$